GBI-Tutorium Nummer 9

Codierung

Maria Schmid

16.11.2015

Dezimaldarstellung

Definition

Sei $Z_{10} = \{0, \ldots, 9\}$ und

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\mathrm{num}_{10}(x)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

dann lässt sich die Dezimaldarstellung wie folgt definieren:

$\mathrm{Num}_{10}(\varepsilon) := 0$
Für jedes $w \in Z_{10}^*$ und jedes $x \in Z_{10}$ gilt:
$\mathrm{Num}_{10}(wx) = 10 \cdot \mathrm{Num}_{10}(w) + \mathrm{num}_{10}(x)$

Binärdarstellung

Definition

Sei $Z_2 = \{0, 1\}$ und

x	0	1
$\mathrm{num}_2(x)$	0	1

dann lässt sich die Binärdarstellung wie folgt definieren:

$\mathrm{Num}_2(\varepsilon) := 0$
Für jedes $w \in Z_2^*$ und jedes $x \in Z_2$ gilt:
$\mathrm{Num}_2(wx) = 2 \cdot \mathrm{Num}_2(w) + \mathrm{num}_2(x)$

Hexadezimaldarstellung

Definition

Sei $Z_{16} = \{0, \ldots, F\}$ und

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$\mathrm{num}_{16}(x)$	0	1	2	3	4	5	6	7

x	8	9	A	B	C	D	E	F
$\mathrm{num}_{16}(x)$	8	9	10	11	12	13	14	15

dann lässt sich die Hexadezimaldarstellung wie folgt definieren:

$\mathrm{Num}_{16}(\varepsilon) := 0$
Für jedes $w \in Z_{16}^*$ und jedes $x \in Z_{16}$ gilt:
$\mathrm{Num}_{16}(wx) = 16 \cdot \mathrm{Num}_{16}(w) + \mathrm{num}_{16}(x)$

Weitere Darstellungen

Z_{10} nach Z_k

$$\mathrm{Repr}_k : \mathbb{N}_0 \to Z_k$$

$$n \mapsto \begin{cases} \mathrm{repr}_k(n) & \text{für } n < k \\ \mathrm{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathrm{repr}_k(n \bmod k) & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathrm{Num}_k(\mathrm{Repr}_k(w)) = w$$

Zweierkomplement

$$\mathbb{K}_l = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2^{l-1} \leq x \leq 2^{l-1} - 1\}$$

$$\mathrm{Zkpl}_l(x) = \begin{cases} 0\ \mathrm{bin}_{l-1}(x) & \text{für } x \geq 0 \\ 1\ \mathrm{bin}_{l-1}(2^{l-1} + x) & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

Von einem System zum anderen

Von einem System zum anderen

Sei die Abbildung: $\text{Trans}_{a,b} : Z_b^* \to Z_a^*$
$\text{Trans}_{a,b}(w) = \text{Repr}_a(\text{Num}_b(w))$
Dann ist $\text{Trans}_{a,b}(w)$ ist die Übersetzung von w.

Bedeutungserhaltende Funktion

Seien A und B Alphabete.
$L_A \subseteq A^*, L_B \subseteq B^*$
$\text{sem}_A : L_A \to \text{Sem}$, $\text{sem}_B : L_B \to \text{Sem}$
$f : L_A \to L_B$ heißt Übersetzung, wenn für jedes $w \in L_A$:
$\text{sem}_A(w) = \text{sem}_B(f(w))$

Homomorphismus

Homomorphismus

Seien A und B Alphabete.
$h : A^* \to B^*$
h Homomorphismus, wenn für jedes $w_1, w_2 \in A^*$ gilt:
$h(w_1 w_2) = h(w_1)h(w_2)$

Präfixfrei

Für keine zwei verschiedene $x_1, x_2 \in A$ gilt: $h(x_1)$ ist Präfix von $h(x_2)$

Huffman-Codierung

zu jedem Zeitpunkt

- Menge M_i „zu betrachtende Symbolmengen mit ihren Häufigkeiten“
- ebenso große Menge schon konstruierter Teilbäume

Initialisierung:

- M_0 ist die Menge aller $\{(N_x(x), \{x\})\}$ für $x \in A$,
- Als Anfang für die Konstruktion des Baumes zeichnet man für jedes Symbol einen Knoten mit Markierung $(N_x(w), \{x\})$.