GBI-Tutorium Nummer 9

Mengen, Alphabete, Abbildungen

Maria Schmid

26.10.2015

Vereinigung

Vereinigung

Seien A und B Mengen, so beschreibt $A \cup B$ die Vereinigung der Mengen A und B.
$A \cup B$ ist wiederum eine Menge.

Beispiele:

- $A = \{1, 2, 3\}$
- $B = \{2, 3, 4\}$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$

- $A = \{1, 2, 3\}$
- $B = \{\}$
- $A \cup B = A = \{1, 2, 3\}$

Durchschnitt

Vereinigung

Seien A und B Mengen, so beschreibt $A \cap B$ den Durchschnitt der Mengen A und B.
$A \cap B$ ist wiederum eine Menge.

Beispiele:

- $A = \{1, 2, 3\}$
- $B = \{2, 3, 4\}$
- $A \cap B = \{2, 3\}$

- $A = \{1, 2, 3\}$
- $B = \{\}$
- $A \cap B = B = \{\}$

Teilmengen

Teilmenge

Als Teilmenge A der Menge B bezeichnet man eine Menge A, deren Elemente vollständig in B vorhanden sind. Schreibe: $A \subseteq B$ für A ist eine Teilmenge von B.

Echte Teilmenge

Als *echte* Teilmenge A der Menge B bezeichnet man eine Menge A, deren Elemente vollständig in B vorhanden sind,
aber $A \neq B$. Schreibe $A \subset B$ für A echte Teilmenge von B.

Mehr zu Mengen

Mengendifferenz

Seien A und B Mengen, so beschreibt $A \setminus B$ die Differenz der beidem Mengen A und B.
Die Differenz ist wiederum eine Menge.

Kardinalität

Als Kardinalität einer Menge bezeichnet man die Anzahl der Elemente, welche in der Menge enthalten sind.
Schreibe: |M| für die Kardinalität der Menge M.

Mehr zu Mengen

Potenzmenge

Als Potenzmenge der Menge M wird $2^M = \{A \mid A \subseteq M\}$ bezeichnet. Die Potenzmenge enthält alle Untermengen von M.

„Große“ Vereinigungen und Durchschnitte

Es seien I und M zwei Mengen und $f : I \to 2^M$. Definiere

$$\bigcup_{i \in I} M_i = \{x \mid \text{es gibt ein } i \in I \text{ so, dass } x \in M_i\}$$

$$\bigcap_{i \in I} M_i = \{x \mid \text{für jedes } i \in I \text{ ist } x \in M_i\}$$

Alphabete

Definition Alphabet

Ein Alphabet ist eine Menge. Die Elemente dieser Menge werden als Buchstaben bezeichnet.

Beispiele

$A = \{0, 1\}$
$A = \{A, B, C, D, E, F\}$
$A = \{\$, ?, \%\}$

Paare

Paare

Es seien A und B Mengen und $a \in A$ und $b \in B$.
Ein Paar (a, b) hat

- die erste Komponente $a \in A$
- die zweite Komponente $b \in B$

Kartesisches Produkt

Definition

Es seien A und B zwei Mengen, dann bezeichnet $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ und } b \in B\}$ das Kartesische Produkt von A und B.

Definition Relation

Definition

Eine Relation R ist eine Teilmenge $R \subseteq A \times B$

Beispiel:

- Unicode
- $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $R \subseteq A \times B = \{(a, b) \mid a + b = 5\}$

linkstotal und rechtseindeutig

linkstotal

Eine Relation $R \subseteq A \times B$ heißt linkstotal, wenn:

- für jedes $a \in A$ mindestens ein $b \in B$ mit $(a, b) \in R$ existiert.

rechtseindeutig

Eine Relation $R \subseteq A \times B$ heißt rechtseindeutig, wenn:

- es für kein $a \in A$ zwei $b_1, b_2 \in B$ gibt mit $b_1 \neq b_2$ gibt, so dass sowohl $(a, b_1) \in R$ als auch $(a, b_2) \in R$ ist.

Eine Relation $R \subseteq A \times B$ heißt Abbildung, wenn R sowohl linkstotal als auch rechtseindeutig ist.

linkseindeutig und rechtstotal

linkseindeutig

Eine Relation $R \subseteq A \times B$ heißt linkseindeutig, wenn:

- für alle $(a_1, b_1) \in R$ und alle $(a_2, b_2) \in R$ gilt: wenn $a_1 \neq a_2$, dann $b_1 \neq b_2$

Eine Relation R, die linkseindeutig ist, heißt *injektiv*.

rechtstotal

Eine Relation $R \subseteq A \times B$ heißt rechtstotal, wenn:

- für jedes $b \in B$ ein $a \in A$ existiert, für das $(a, b) \in R$ ist.

Eine Relation R, die rechtstotal ist, heißt *surjektiv*.

Eine Relation $R \subseteq A \times B$ heißt *bijektiv*, wenn sie eine Abbildung ist und sowohl surjektiv als auch injektiv ist.

Abbildungen

Eine Abbildung hat immer folgende Komponenten

- Definitionsbereich A und Zielbereich B, angegeben
  $f : A \to B$
- Spezifikation von Funktionswerten, angegeben
  $x \mapsto$ Ausdruck, in dem x vorkommen darf
- Name für den Wert, auf den die Abbildung angewendet wird
  oben x genannt, aber auch (a, b) möglich